

Trabalho 01 - Alocação de Ativos

Pedro Hokama

CIC111 2024s1

Data entrega: 23/05/2024 Data apresentação: 24/05/2024

Nesse trabalho você deverá resolver um problema NP-Difícil que denotaremos por Problema de Alocação de Ativos (PAA). O problema é semelhante ao problema da mochila, porém aqui cada par de ativos possui uma correlação, que mede a semelhança de comportamento entre eles. Uma correlação próxima de 1 indica que os ativos tem o comportamento parecidos, ou seja, se um subir (de certo), o outro também tem alta probabilidade de subir (dar certo), enquanto uma correlação negativa indica que eles tem comportamentos opostos.

Você deverá fazer 2 soluções, uma que seja rápida (poucos segundos) mesmo para instâncias grandes e que busque por boas soluções, a outra deverá ser uma solução *força-bruta* que seja capaz de devolver a solução ótima para instâncias pequenas (nesse momento não é esperado que essa solução faça coisas muito espertas).

- O trabalho é individual. (Exceções a isso deverão ser previamente autorizadas)
- O trabalho pode ser implementado em C, C++ ou Python.
- Caso você queira usar bibliotecas mais complexas dessas linguagens, deve combinar com o docente, e deverá entender completamente o funcionamento desta.
- Em caso de plágio, fraude ou tentativa de burlar os sistemas, será aplicado nota zero na disciplina e depois sanções administrativas.
- O meio de submissão será divulgado em momento oportuno.

Definição 1. *No problema de Alocação de Ativos (PAA) é dado:*

- Um orçamento $W \in \mathbb{N}$.
- Um escalar $\alpha \in \mathbb{Q}$ que mede o conservadorismo de um investidor.
- Um conjunto $I = \{0, \dots, n - 1\}$ de $n \in \mathbb{N}$ ativos financeiros.
- Cada ativo $i \in I$ tem um retorno esperado $v_i \in \mathbb{Z}$ positivo ou negativo, e um custo $w_i \in \mathbb{N}$.
- Cada par de investimentos $i, j \in I$ tem uma correlação $a_{ij} \in [-1, 1]$.

Uma solução para o problema é um subconjunto $S \subset I$ tal que a soma dos custos desses ativos não ultrapasse o orçamento, ou seja,

$$\sum_{i \in S} w_i \leq W$$

Deseja-se encontrar a solução que maximiza a seguinte função objetivo:

$$z(S) = \sum_{i \in S} v_i - \alpha \sum_{\substack{i, j \in S \\ i \neq j}} a_{ij}$$

Considere o seguinte exemplo de instância do PAA com $W = 10$ e 5 itens com os seguintes retornos e custos:

item	0	1	2	3	4
retorno	-10	40	90	50	10
custo	2	4	4	6	5

e a seguinte matriz de correlação:

itens	0	1	2	3	4
0	1.0	0.4	-1.0	0.1	0.5
1	0.4	1.0	0.5	0.5	0.5
2	-1.0	0.5	1.0	1.0	0.5
3	0.1	0.5	1.0	1.0	0.5
4	0.5	0.5	0.5	0.5	1.0

Observe que, conforme esperado, a matriz é simétrica já que $a_{ij} = a_{ji}$ e que a diagonal principal é composta por 1s, já que a correlação de um ativo com ele mesmo, ou seja, a_{ii} é sempre 1. Note que pode existir um investimento com um retorno esperado negativo, entretanto ele não pode ser descartado, pois ele pode ser necessário para compor uma solução ótima, em particular quando α for grande. Considere para essa instância que $\alpha = 45.0$. A solução ótima nesse caso é composta pelos itens $S = \{0, 2\}$, cuja a função objetivo é:

$$z(\{0, 2\}) = v_0 + v_2 - (\alpha \times a_{02}) = -10 + 90 - (45.0 \times -1.0) = 80 - (-45) = 125$$

esse valor de 125 não é possível sem considerar o item 0. Note também que esse valor não é necessariamente o lucro obtido.

Nessa instância $\alpha = 45.0$ representa um investidor bastante conservador, ou seja, um investido que tem aversão a investimentos muito correlacionados. Um investidor mais moderado, com $\alpha = 25.0$ teria uma solução ótima diferente $S = \{0, 1, 2\}$ cujo valor da função objetivo é

$$z(\{0, 1, 2\}) = v_0 + v_1 + v_2 - (\alpha \times (a_{01} + a_{02} + a_{12})) = -10 + 40 + 90 - (25.0 \times (0.4 - 1.0 + 0.5)) = 122.5$$

Seu programa deverá ler da entrada padrão do sistema a instância no seguinte formato, um inteiro W com o orçamento disponível, um valor de ponto flutuante com o α , depois um inteiro com a quantidade de itens n , seguido de n linhas, uma para cada item, contendo o índice do item i , o retorno v_i e o custo w_i , por fim uma matriz, com n linhas e n colunas, contendo a correlação, dada por um valor de ponto flutuante, entre cada um dos ativos.

```

10
45.0
5
0 -10 2
1 40 4
2 90 4
3 50 6
4 10 5
1.0 0.4 -1.0 0.1 0.5
0.4 1.0 0.5 0.5 0.5
-1.0 0.5 1.0 1.0 0.5
0.1 0.5 1.0 1.0 0.5
0.5 0.5 0.5 0.5 1.0

```

e deverá imprimir na tela **APENAS** uma lista de itens separados por espaço, e com um espaço depois do último item, seguido por uma quebra de linha.

```
0 2
```