

Lista 3 - MC458

Tema: Indução Matemática

1. Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$:

$$\sum_{i=0}^n 2^i = 2^{n+1} - 1$$

2. Prove que para todo $n \geq 1$:

$$\sum_{i=1}^n i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

3. Prove que para todo $n \geq 1$:

$$1 + 2 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

4. Prove que todo inteiro maior do que 1 é primo ou é produto de primos.

5. Prove que 5 divide $n^5 - n$ sempre que n é um inteiro não negativo.

6. Prove que qualquer valor postal maior ou igual a 8 unidades monetárias pode ser obtido usando-se apenas selos com valores de 3 e 5.

7. Prove que para todo $n \geq 3$, se n pontos distintos dispostos em um círculo são conectados consecutivamente por linhas retas, então a soma dos ângulos internos do polígono resultante soma $(n-2) \cdot 180^\circ$.

8. Prove que para qualquer inteiro positivo n uma grade quadrada $2^n \times 2^n$ com um quadrado removido pode ser ladrilhada com ladrilhos em formato de L.