

Métodos Exatos

Pedro Hokama

- Curso Discrete Optimization no Coursera - Prof. Dr. Pascal Van Hentenryck
- [cirs] Algoritmos: Teoria e Prática (Terceira Edição) Thomas H. Cormen, Charles Eric Leiserson, Ronald Rivest e Clifford Stein.
- [timr] Algorithms Illuminated Series, Tim Roughgarden
- Pesquisa Operacional, Arenales, M. N., Armentano, V. A., Morabito Neto, R., e Yanasse, H. H. (2015)
- Algoritmos, Sanjoy Dasgupta, Christos Papadimitriou e Umesh Vazirani
- Stanford Algorithms
<https://www.youtube.com/playlist?list=PLXFMm1k03Dt7Q0xr1PIAriY5623cKiH7V>
<https://www.youtube.com/playlist?list=PLXFMm1k03Dt5EMI2s2WQBsLsZ17A5HEK6>
- Introdução à Otimização Combinatória, Flávio K. Miyazawa e Cid C. de Souza.
- Otimização Combinatória, da Carla Negri Lintzmayer do CMCC, UFABC
Qualquer erro é de minha responsabilidade.

1 / 23

2 / 23

Sobre o docente

- 2002 - 2004: Técnico em Programação e Desenvolvimento de Sistemas (CEFET-SP)
- 2006 - 2009: Bacharelado em Ciência da Computação (UNICAMP)
 - ▶ 2007-2008: IC - Algoritmos e Heurísticas para Empacotamento Tridimensional
 - ▶ 2008-2009: IC - Algoritmos e Heurísticas para o Problema de Roteamento Tridimensional
- 2009 - 2011: Mestrado em Ciência da Computação (UNICAMP) - O Problema do Caixeiro Viajante com Restrições de Empacotamento Tridimensional
- 2011 - 2016: Doutorado em Ciência da Computação (UNICAMP) - Algoritmos para Problemas com Restrições de Empacotamento



3 / 23

Sobre o docente

- 2016 - 2018: Pós-doutorado (UFSCar)
- 2018 - atual: Professor Adjunto no Instituto de Matemática e Computação da Universidade Federal de Itajubá
 - ▶ Orientador de IC, TFG e Pós-Graduação: Algoritmos, Otimização, Teoria dos Jogos, Aprendizado de Máquina, etc..
 - ▶ Coordenador do Projeto de Extensão DevU - Desenvolvimento de Jogos
 - ▶ Coordenador de Mobilidade Acadêmica dos Cursos de Sistemas de Informação e Ciência da Computação.



4 / 23

Sobre os alunos

- Curso
- Ano
- Cidade
- O que acha que veremos nessa disciplina?
- Faz estágio/extensão/empresa jr.?
- Faz TCC?
- Algo legal sobre você.

Sobre o curso - Problemas

Which items to take?

\$1 Million 2kg \$1 Million 2kg \$1 Million 2kg \$10 Million 5kg \$10 Million 5kg

\$13 Million 8kg \$7 Million 3kg

Maximum Capacity 10kg

5 / 23

6 / 23

- Logística



- Energia



7 / 23

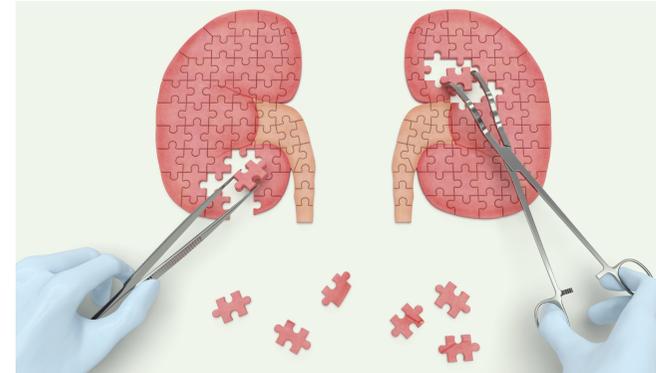
8 / 23

● Escalonamento Esportivo

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	
ARI	CHI	SEA	NYG	MIN	—	PIT	DAL	STL	PHI	BUF	STL	DAL	SF	CLE	CIN	SEA		
ATL	CHI	PHI	TEN	SEA	SR	CAR	DET	—	IND	NO	TEN	MIN	HOU	CAR	JAX	IND	TB	
WAS	PIT	TEN	STL	NYG	—	HOU	JAX	ARI	PHI	SEA	CIN	SF	CLE	IND	CLE	CIN		
BUF	PHI	CHI	DAL	NE	CIN	PHI	NYG	—	WAS	NYG	DAL	MIN	NYG	TEN	SEA	MIN	NE	
CAR	ARI	PHI	CHI	SEA	SR	IND	MIN	—	TEN	DET	IND	TEN	ATL	PHI	TB	IND		
CHI	ATL	IND	GB	CAR	DET	MIN	TB	—	PHI	DET	SD	DMK	KC	IND	SEA	GB	MIN	
CIN	CLE	DET	SF	BUF	JAX	IND	—	SEA	TEN	PIT	DAL	CLE	PIT	HOU	STL	ARI	DAL	
CLE	CIN	IND	MIN	TEN	—	DMK	SEA	—	PHI	HOU	STL	ARI	DAL	PIT	ARI	DMK	PIT	
DAL	IND	SF	WAS	DET	—	IND	STL	PHI	SEA	BUF	WAS	MA	ARI	NYG	TB	PHI	NYG	
DET	CHI	CIN	TEN	GB	SD	—	MIN	DET	DMK	NO	NYG	SD	MIN	CHI	NE	BUF	KC	
DET	TB	KC	MIN	DAL	CHI	SF	ATL	—	CAR	CAR	OR	NO	MIN	DMK	SD	GB	OR	
GB	NO	CAR	CHI	CIN	ARI	STL	MIN	—	SD	MIN	TB	DET	IND	WAS	CAR	KC	CHI	DET
HOU	PHI	MIN	IND	PIT	CAR	DAL	TEN	JAX	CLE	TB	—	DAL	ATL	CIN	CAR	IND	TEN	
IND	HOU	CLE	PIT	TEN	KC	CIN	IND	TEN	ATL	JAX	—	CAR	NE	DAL	TEN	HOU	JAX	IND
JAX	TEN	IND	CAR	NO	CIN	PIT	BAL	HOU	—	IND	CLE	HOU	SD	TB	ATL	TEN	NO	
NO	PHI	DET	DET	MIN	PHI	—	DMK	SF	MA	CIN	IND	PIT	CHI	NYG	OR	CAR	IND	
PHI	SEA	NO	HOU	CLE	SD	—	IND	CIN	IND	KC	WAS	BUF	DAL	CAR	PIT	BUF	NE	NYG
SEA	MIN	TB	DET	KC	ARI	CHI	GB	CAR	—	GB	CAR	ATL	DET	NO	WAS	CHI		
SEA	NO	BUF	CAR	NYG	DAL	—	PIT	NYG	NYG	KC	PIT	IND	WAS	TEN	MIN	ATL	BUF	
STL	CHI	HOU	JAX	CAR	TEN	IND	STL	TB	ATL	—	IND	DET	TEN	MIN	ATL	CAR		
TEN	IND	STL	PHI	ARI	SEA	BUF	—	MA	NE	SF	PHI	IND	OR	DAL	WAS	NYG	DAL	
NYG	CHI	JAX	CAR	DAL	NE	ARI	SD	—	BUF	NE	DMK	BUF	WAS	KC	PHI	NYG	MIN	
OAK	DET	BUF	NYG	NE	HOU	CLE	KC	—	DET	SD	MIN	CHI	MA	GB	DET	KC	SD	
PHI	STL	ATL	NYG	SF	BUF	WAS	—	DAL	CHI	ARI	IND	NE	SEA	MA				
PIT	DET	SEA	IND	PHI	TEN	JAX	ARI	NE	SEA	DAL	—	KC	CIN	CLE	GB	CLE		
SD	MIN	NE	KC	MA	DET	—	IND	KC	OR	CAR	CIN	CHI	JAX	BUF	SEA	DET	CAR	
SEA	PHI	ARI	PHI	NYG	—	CLE	CHI	DAL	IND	WAS	PHI	ATL	STL	TEN	SF	IND		
SF	SEA	DAL	CIN	PHI	TB	DET	—	CLE	WAS	NYG	ARI	DAL	STL	ARI	PIT	SEA	STL	
STL	PHI	NYG	BAL	WAS	—	DET	DAL	NO	ARI	CLE	SEA	ARI	SF	SEA	CHI	PIT	SF	
TB	DET	MIN	ATL	PHI	DET	MA	CHI	—	NO	HOU	GB	TEN	CAR	JAX	CAR	ATL		
TEN	JAX	BAL	CIN	CLE	PIT	—	HOU	IND	CIN	CAR	ATL	TB	BUF	NO	IND	JAX	HOU	
WAS	NYG	ARI	DAL	STL	—	PHI	CAR	BUF	SF	DAL	SEA	NYG	NE	IND	MIN	PHI		



● Problemas em Saúde - Transplante de Rim



Problemas de Otimização

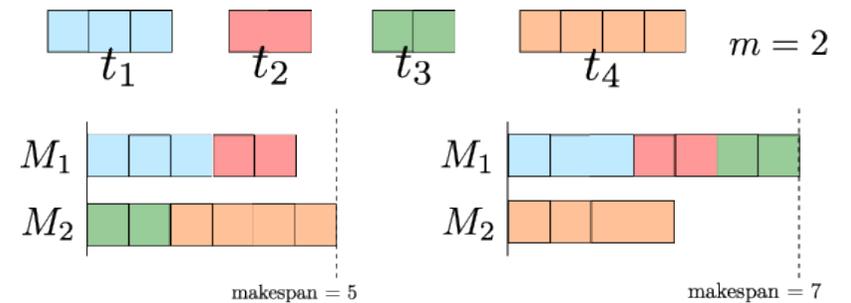
Um problema de otimização é caracterizado por

- **entrada:** definição dos dados que são recebidos
- **soluções viáveis:** dados que satisfazem certas condições dadas na entrada
- **custo de uma solução:** alguma função que atribui valores às soluções viáveis
- **objetivo:** encontrar uma solução que forneça o melhor custo dentre todas as soluções existentes (maximização ou minimização)

Em *otimização combinatória*, o conjunto de soluções viáveis é finito (enumerável), porém em geral muito grande.

Exemplo: escalonamento

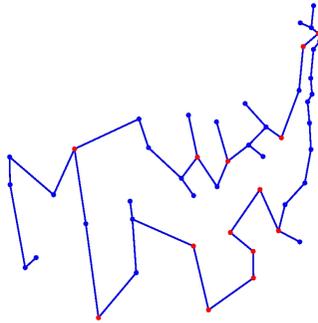
Dadas n tarefas, cada uma com um tempo, aloca-las em m máquinas minimizando a maior soma de tempos.



Projeto de redes

Suponha que você está projetando uma rede de computadores:

- alguns computadores importantes devem sempre poder se comunicar entre eles
- outros podem servir de nó intermediário
- temos um custo para conectar diretamente dois computadores por fibra ótica



13 / 23

Projeto de redes

Árvore de Steiner

Entrada: grafo $G = (V, E)$ com $V = R \cup T$, onde R são vértices requeridos e T são vértices terminais, e função w de peso nas arestas.

Soluções viáveis: árvores que conectam todos os vértices em R que podem ter ou não vértices em T .

Custo de uma solução: soma dos pesos das arestas da árvore.

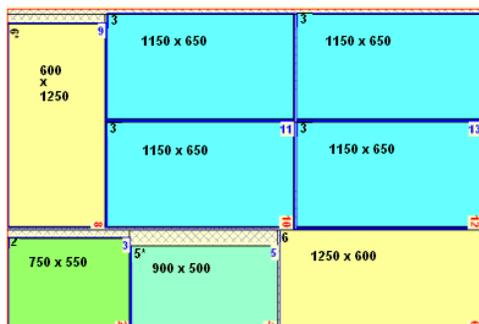
Objetivo: encontrar solução de custo mínimo.

14 / 23

Problemas de corte

Suponha que você está construindo um prédio:

- as janelas e divisórias de vidro têm quantidades e tamanhos diferentes
- você especifica as dimensões de cada pedaço
- a vidraçaria deve cortar os pedaços em placas de vidro de tamanhos fixos



15 / 23

Problemas de corte

Bin Packing

Entrada: conjunto $L = \{1, 2, \dots, n\}$ de itens retangulares, tendo cada item i largura w_i e altura h_i , e dois números W e H que indicam, respectivamente, a largura e a altura de um recipiente retangular.

Soluções viáveis: partição L_1, L_2, \dots, L_q de L tal que os itens em L_k cabem completamente em uma bin $W \times H$ e não se sobrepõem.

Custo de uma solução: quantidade de bins utilizadas.

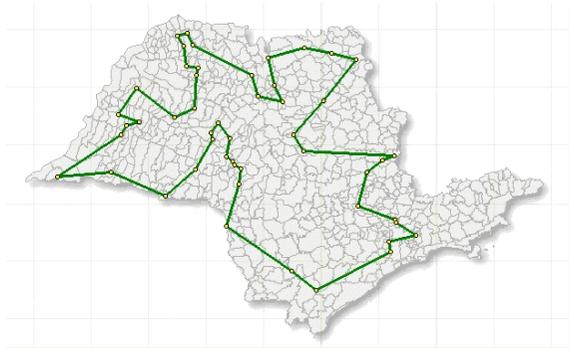
Objetivo: encontrar solução de custo mínimo.

16 / 23

Problemas de percursos

Suponha que você está planejando uma viagem pelo estado:

- você tem uma lista de cidades que deseja visitar
- você vai sair de Santo André e voltar para Santo André
- você não quer visitar a mesma cidade duas vezes



17 / 23

Problemas de percursos

Caixeiro Viajante (TSP)

Entrada: Grafo $G = (V, E)$ conexo e função w de peso nas arestas.

Soluções viáveis: ciclos hamiltonianos de G .

Custo de uma solução: soma dos pesos das arestas do ciclo.

Objetivo: encontrar solução de custo mínimo.

18 / 23

Diagramação de propagandas

Suponha que você está projetando um site:

- você vai manter uma região retangular na lateral da tela, de largura fixa, para mostrar propagandas
- as propagandas têm mesma largura, porém alturas distintas
- cada propaganda fornece um lucro diferente se for apresentada

Lorem ipsum per vulputate malesuada ullamcorper viverra sollicitudin risus sapien, torquent turpis metus ultricies rutrum pretium sollicitudin per aliquam, elit dapibus euismod quis mollis odio platea morbi, nam molestie tortor accumsan eros viverra nulla, nibh sodales maecenas sapien felis, mattis libero id fusce porta, consequat nisi semper neque nam tincidunt congue dolor elementum malesuada, metus orci nulla vulputate aenean ante iaculis imperdiet conubia lorem, hendrerit habitasse aliquam quis scelerisque pharetra mauris aliquet, erat a tincidunt vitae tristique hendrerit lacus etiam elit habitasse, pharetra elementum cubilia sapien facilisis egestas curabitur semper, placerat ut rhoncus metus donec inceptos potenti sed. Donec conubia phasellus cubilia luctus curae dictum est quisque at proin nam justo, tempus condimentum morbi mi rutrum pellentesque non pharetra habitant turpis, feugiat sem faucibus donec fringilla maecenas molestie ultricies aenean, imperdiet lacus iaculis vel mi scelerisque venenatis vivamus, porttitor integer etiam molestie porttitor condimentum rhoncus, facilisis placerat nam hendrerit convalis curabitur aenean aliquam aenean, at

Coca-Cola



19 / 23

Diagramação de propagandas

Problema da Mochila

Entrada: conjunto de n itens $\{1, 2, \dots, n\}$, cada um com um peso w_i e valor v_i , e um inteiro W .

Soluções viáveis: conjuntos de itens $S \subseteq \{1, 2, \dots, n\}$ tais que $\sum_{i \in S} w_i \leq W$.

Custo de uma solução: $\sum_{i \in S} v_i$.

Objetivo: encontrar solução de custo máximo.

20 / 23

Técnica de solução: força-bruta

- Algoritmos de força-bruta enumeram todas as soluções guardando a melhor possível.
- Eles de fato resolvem o problema...
- Porém usam muito esforço computacional para encontrar uma solução, sem explorar as estruturas combinatórias do problema.
- TSP: qualquer sequência dos n vértices é candidato à solução
 - ▶ gere as $n!$ sequências de vértices
 - ▶ para cada uma, teste se é um ciclo hamiltoniano
 - ▶ caso seja, calcule seu custo e compare com o melhor já encontrado
- Mochila: qualquer subconjunto dos n elementos é candidato à solução
 - ▶ gere os 2^n possíveis subconjuntos
 - ▶ para cada um, teste se os itens cabem na mochila
 - ▶ caso caibam, calcule seu custo e compare com o melhor já encontrado

21 / 23

Comparando tempos

Suponha um computador que executa 4 bilhões de instruções por segundo.

Seja n o tamanho da entrada e $f(n)$ a quantidade de instruções do algoritmo.

$f(n)$	$n = 10$	$n = 25$	$n = 50$	$n = 100$
n	0.000000003 seg	0.000000006 seg	0.000000012 seg	0.000000025 seg
n^2	0.000000025 seg	0.00000156 seg	0.00000625 seg	0.000025 seg
n^3	0.00000025 seg	0.00003906 seg	0.00003125 seg	0.00025 seg
n^5	0.000025 seg	0.002441406 seg	0.078125 seg	2.5 seg
2^n	0.000000256 seg	0.008388608 seg	3.3 dias	10^{13} anos
$n!$	0.0009072 seg	122965 milênios	-	-

22 / 23

Comunicação

- Site da disciplina <https://hokama.com.br>
- Email hokama@unifei.edu.br, melhor enviar pela sua conta @unifei.edu.br e usar a tag [XMCO02] no início do assunto.
- Nas aulas é obrigatório o uso de uma conta @unifei.edu.br

23 / 23