Trabalho 01 - Dimensionamento de Lote

Pedro Hokama

XMCO02 2024s2

Data entrega: 09/10/2024

Nesse trabalho você deverá resolver um problema NP-Difícil conhecido como Dimensionamento de Lote. Nesse problema precisamos decidir quantos produtos serão produzidos em cada período ao longo de um horizonte de planejamento

- O trabalho de ser implementado em C.
- Em caso de plágio, fraude ou tentativa de burlar os sistemas, será aplicado nota zero na disciplina.
- Passar em todos os testes não é garantia de tirar a nota máxima. Sua nota ainda depende do cumprimento das especificações do trabalho, qualidade do código, clareza dos comentários, boas práticas de programação e entendimento da matéria demonstrada em possível reunião.
- Você deverá submeter, até a data de entrega, o seu código na plataforma runcodes.hokama.com.br, o código da disciplina foi enviado por e-mail.
- Seu código não pode exceder o tempo limite definido para cada caso de teste.

Definição 1. *No* **Problema do Dimensionamento de Lotes com Custo de** *Setups em um horizonte de planejamento com T períodos $\{0, 1, \ldots, T-1\}$, é necessário decidir quantos produtos produzir a cada período de forma a atender a demanda de cada período. São dados:*

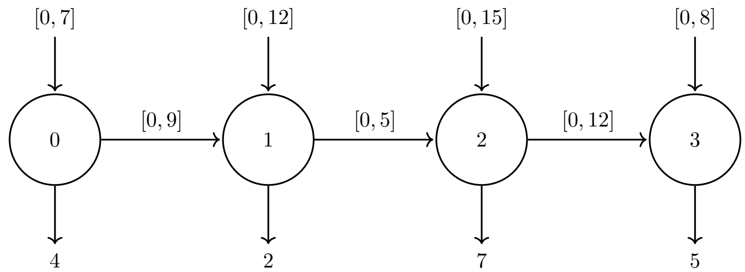
- *d_t a demanda de cada período.*
- *p_t o custo de produção de cada unidade de produto no período t*
- *h_t o custo de armazenar um item do período t para o $t+1$*
- *s_t é o custo de setup do período t pago se alguma unidade do produto for produzida no período t*
- *a_t é a produção máxima do período t*
- *b_t é a capacidade máxima de inventário do período t para $t+1$*

A solução deve minimizar o custo total (setup, produção e armazenamento).

Considere o seguinte exemplo de instância do problema com $T = 4$

- a demanda em cada período é $d = [4, 2, 7, 5]$;
- o custo de produção por item em cada período é $p = [1.01, 2.00, 3.00, 1.00]$;
- o custo de estoque é $h = [1.00, 2.10, 5.00]$;
- o custo de *setup* por período é $s = [5.00, 4.00, 8.00, 3.00]$;
- a produção máxima em cada período é dada por $a = [7, 12, 15, 8]$;
- e a capacidade máxima de estoque por período é $b = [9, 5, 12]$.

Se preferir você pode interpretar uma instância dessa utilizando uma figura como a Figura 1.



$p = [1.01, 2.00, 3.00, 1.00]$ $h = [1.00, 2.10, 5.00]$ $s = [5.00, 4.00, 8.00, 3.00]$

Figura 1: Ilustração da instância de exemplo.

A solução ótima para esse problema é produzir 6 unidades no período 0, 7 no período 2 e 5 unidades no período 3. Essa solução pode ser representada por um simples vetor $\mathbf{x}$ com T posições indicando a quantidade produzida em cada período, nessa exemplo $\mathbf{x}^* = [6, 0, 7, 5]$. Uma solução também pode ser representada por uma imagem, como na Figura 2.

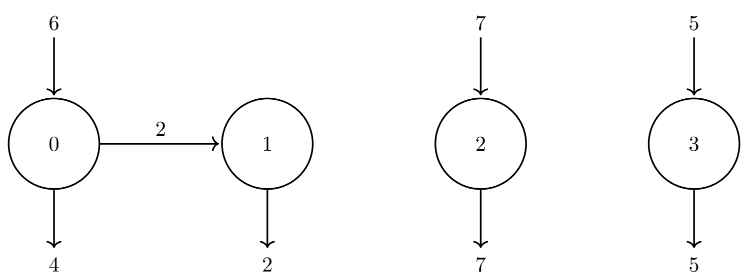


Figura 2: Exemplo de Solução Ótima para a Instância da Figura 2 do CSILSP.

Para calcular o custo de uma solução pode ser útil separar cada tipo de custo: custo de produção, custo de setup e custo de estoque. No exemplo o custo de produção é $6 \cdot 1.01 + 7 \cdot 3.00 + 5 \cdot 1.00 = 32.06$, o custo de setup é $5.00 + 8.00 + 3.00 = 16.00$, e o custo de estoque é $2 \cdot 1.00 = 1$, e portanto o custo total é $32.06 + 16.00 + 2.00 = 50.06$.

Você deverá implementar um algoritmo de Programação Dinâmica para resolver o problema. Uma possível solução é a seguinte:

Seja $f(t, k)$ o custo ótimo de produção das demandas de d_0 a d_t, e que tem o estoque k ao final do período t incluindo o custo de enviar os k itens do período t para o período $t+1$. Note o seguinte: para sobrar k itens no período t, esses produtos tiveram 2 possíveis fontes, k' podem ter vindo do período $t-1$, P podem ter sido produzidos no período t. Além disso alguns produtos saíram da fábrica para atender a demanda do período t. Ou seja, $k = k' + P - d_t$. Nessa conta k e d_t estão fixos, e qual será o k' e P que fornecem o custo ótimo $f(t, k)$? Podemos testar todos os possíveis valores de k' e P viáveis

$$\forall t \in [0, T-1] \text{ e } \forall k \in [0, I_{max}], \tag{1}$$

$$f(t, k) = \min_{k'=\alpha \dots \beta} \left\{ f(t-1, k') + \left\lceil \frac{P}{a[t]} \right\rceil s_t + p_t P + h_t k \right\}, \tag{2}$$

- em que $P = k + d_t - k'$
- $\alpha = \max\{0, d_t + k - a_t\}$
- $b = \min\{b_t, d_t + k\}$
- I_{max} é a maior capacidade de inventario
- O valor $f(T-1, 0)$ corresponde ao valor ótimo do problema.

Seu programa deverá ler da entrada padrão do sistema a instância no seguinte formato, um inteiro T com número de períodos, na próxima linha T inteiros com a produção máxima por período, $T-1$ inteiros com o estoque máximo por período, T inteiros com a demanda de cada período. T números de ponto flutuante com o custo de produção de cada período, T números de ponto flutuante com o custo de setup e por fim $T-1$ valores de ponto flutuante com custo de estoque de cada período. O exemplo acima estaria codificado da seguinte forma:

```
4
7 12 15 8
9 5 12
4 2 7 5
1.01 2.0 3.0 1.0
5.0 4.0 8.0 3.0
1.0 2.1 5.0
```

e deverá imprimir na tela **APENAS** o valor da solução ótima, arredondado para 2 casas decimais.

```
50.06
```