

Algoritmos para o problema do Strip Packing Bidimensional

Tiago Rafael Amaral Reis¹

Universidade Federal de Itajubá - Instituto de Matemática e Computação

Pedro Henrique Del Bianco Hokama²

Universidade Federal de Itajubá - Instituto de Matemática e Computação

1 Introdução

Nas atividades do setor produtivo, em que se busca reduzir o custo de produção, o desperdício de pelo menos dois recursos devem ser minimizados: o tempo e o material utilizado. Um exemplo são operações industriais que consistem em obter peças planas retangulares a partir de materiais estocados em rolos ou bobinas. Na literatura um dos problemas relacionados é o do Empacotamento em Faixa (*Strip-Packing Problem* - SPP), Goldbarg et. al [2] classifica o SPP como um problema de corte e empacotamento bidimensionalmente espacial e discreto, e o descreve como: “O Strip-Packing consiste em alocar peças em uma tira de largura constante e de comprimento indefinido. As peças devem possuir largura inferior à largura da tira que convencionou-se igual a uma unidade de medida. O objetivo desse problema é alocar os elementos sobre a tira de modo que o comprimento utilizado para o corte seja o menor possível. Subentende-se que as figuras não podem se sobrepor.”

1.1 Descrição do Problema

Seja $I = \{1, 2, \dots, n\}$ um conjunto de retângulos, com uma largura w_i e uma altura h_i para cada retângulo $i \in I$ e uma largura W para a tira. O objetivo do problema é alocar os n retângulos sem ultrapassar os limites da tira e que a altura total H utilizada seja minimizada. Nós designamos o lado inferior esquerdo da tira como a origem do plano- xy $(0, 0)$, fazendo o eixo- x ser a direção da largura da tira, e o eixo- y ser a direção da altura. Nós representamos a alocação de cada retângulo i na tira pelas coordenadas (x_i, y_i) em relação ao seu canto inferior esquerdo. O conjunto de coordenadas $\pi = \{(x_i, y_i) | i \in I\}$ é chamado de um *empacotamento* de I . O SPP é formulado em [3] como:

$$\text{Minimize } H \tag{1}$$

$$\text{Sujeito à } x_i + w_i \leq W, \quad \forall i \in I, \tag{2}$$

$$y_i + h_i \leq H, \quad \forall i \in I, \tag{3}$$

$$x_i + w_i \leq x_j \text{ ou } x_j + w_j \leq x_i \text{ ou} \\ y_i + h_i \leq y_j \text{ ou } y_j + h_j \leq y_i, \quad \forall i, j \in I, i \neq j \tag{4}$$

$$x_i, y_i \geq 0, \quad \forall i \in I. \tag{5}$$

¹tiagoamral23@gmail.com

²hokama@unifei.edu.br, apoio financeiro CNPq proc 435617/2018-4

2 Visualizador e Algoritmos Clássicos

Logo no início da pesquisa, achou-se conveniente o desenvolvimento de um visualizador. Ele é usado para ilustrar a saída dos algoritmos. Colamos a saída de uma instância em um *textarea* e em um *select-list* escolhemos a largura em pixel da tira a ser visualizada. O visualizador converte as dimensões dos elementos para a dimensão em pixel proporcional à largura escolhida. Então a tira é desenhada na cor cinza e os elementos alocados em cores aleatórias. Embora ele tenha sido desenvolvido intencionalmente para ilustrar o Strip-Packing, percebe-se que ele possa ilustrar também outros problemas de corte e empacotamento.

O objetivo desse projeto, é estudar algoritmos para a resolução do SPP. Até o presente momento da pesquisa já implementamos dois algoritmos de níveis [1], o *Next-Fit Decreasing-Height* (NFDH) e o *First-Fit Decreasing-Height* (FFDH). Ambos inicialmente ordenam os elementos por altura de forma não crescente, desempatando por largura não decrescente. Após obter o arranjo ordenado, NFDH apenas aloca os elementos em ordem em um nível até que este seja incapaz de acomodar o próximo elemento, então um novo nível é criado e continua alocando os demais elementos, esquecendo-se dos níveis inferiores.

O FFDH após obter o arranjo ordenado aloca os elementos em ordem no nível 0, até que este seja incapaz de acomodar o próximo elemento. Então é criado o nível 1 e a partir daí, todos elementos serão testados em todos os níveis inferiores até que seja encontrado um capaz de acomodá-los. Só é criado outro nível quando o elemento não pode ser acomodado por nenhum dos níveis já criados. Na Figura 1 apresentamos a solução do algoritmo NFDH e FFDH para a mesma instância.

Nos próximos passos do projeto outras técnicas e algoritmos para o SPP serão estudados.

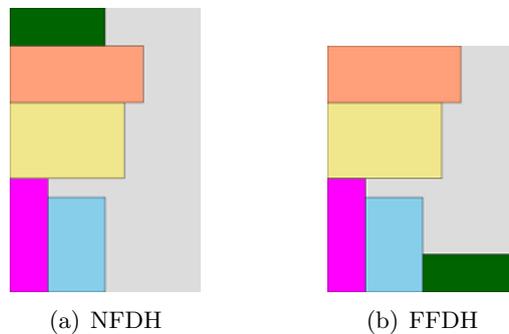


Figura 1: Exemplo de soluções obtidas pelos algoritmos e desenhadas pelo visualizador.

Referências

- [1] E. G. Coffman, Jr, M. R. Garey, D. S. Johnson, and R. E. Tarjan. Performance bounds for level-oriented two-dimensional packing algorithms. *SIAM Journal on Computing*, 9(4):808–826, 1980.
- [2] E. Goldberg, M. Goldberg, and H. Luna. *Otimização combinatória e metaheurísticas: algoritmos e aplicações*. Elsevier Brasil, 2017.
- [3] M. Kenmochi, T. Imamichi, K. Nonobe, M. Yagiura, and H. Nagamochi. Exact algorithms for the two-dimensional strip packing problem with and without rotations. *European Journal of Operational Research*, 198(1):73–83, 2009.